

Geradengleichungen

Thema 3: Geraden schneiden

Ein Lese- und Übungsheft

10 Seiten Einführung und Theorie

16 Seiten Aufgaben mit Lösungen

Anwendungen:

Flächeninhalt eines Dreiecks
Schwerpunkt eines Dreiecks
Umkreismittelpunkt eines Dreiecks

Datei Nr. 20007

Stand 15. Februar 2019

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Vorwort

Im zweiten Teil dieser Texte zu Geradengleichungen geht es darum,
die Gleichung von geraden aufzustellen.

Dazu gibt es verschiedene Fragestellungen...

Inhalt

1	Den Schnittpunkt zweier Geraden berechnen	3
1.1	Das Gleichsetzungsverfahren	3
1.2	Das Subtraktionsverfahren	5
1.3	Spezialfälle	6
1.4	Das Einsetzungsverfahren	7
1.5	Den Schnittpunkt aus $ax + by = c$ berechnen	8
2	Anwendungen	10
2.1	Den Flächeninhalt eines Dreiecks berechnen	10
2.2	Den Schwerpunkt eines Dreiecks berechnen	11
2.3	Den Umkreismittelpunkt eines Dreiecks berechnen	12
3	Übungsaufgaben	13 bis 14
	Lösungen	16 bis 28

Hinweis: Der Text 20050 enthält eine umfangreiche Sammlung von Aufgaben zu
Dreiecken und Vierecken.

1 Den Schnittpunkt zweier Geraden berechnen

1.1 Das Gleichsetzungsverfahren

Beispiel 1

Wo schneiden sich g und h?

$$g: y = 2x + 4$$

$$h: y = -x + 1$$

Da der Schnittpunkt auf beiden Geraden liegt, sind seine Koordinaten Lösung beider Gleichungen. Daher „gelten“ nur für ihn beide Geradengleichungen.

Die für y geltenden Terme liefern daher dasselbe Ergebnis

Beim Gleichsetzungsverfahren setzt man daher die rechten Seiten gleich:

$$2x + 4 = -x + 1 \quad | -x - 4$$

Gleichung ordnen:

$$3x = -3 \quad | : 3$$

$$x_s = -1$$

Ich habe den Index S angefügt um anzudeuten,

dass dies die x-Koordinate des Schnittpunkts ist.

Zur Berechnung der y-Koordinate setzt man dieses x_s

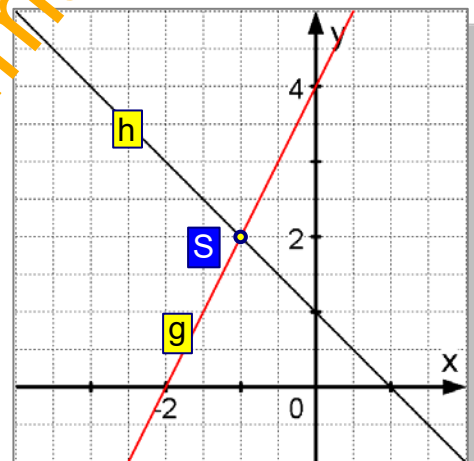
in eine der beiden Geradengleichungen ein, wobei

man jede verwenden kann:

$$\text{In } g: y_s = 2 \cdot (-1) + 4 = -2 + 4 = 2$$

$$\text{oder in } h: y_s = -(-1) + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$\text{Ergebnis: } S(-1 | 2)$$



Beispiel 2

$$g: y = 3x - 4$$

$$h: y = x + 1$$

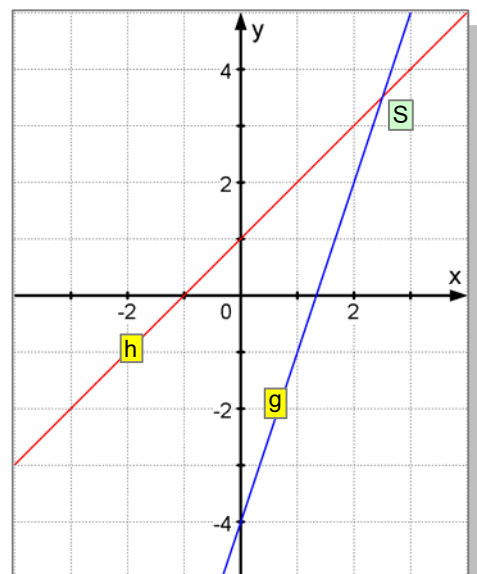
$$3x - 4 = x + 1 \quad | -x + 4$$

$$2x = 5 \quad | : 2$$

$$x_s = \frac{5}{2}$$

$$\text{In } h: y_s = \frac{5}{2} + 1 = \frac{7}{2}$$

$$\text{Ergebnis: } S\left(\frac{5}{2} \mid \frac{7}{2}\right) = (2,5 \mid 3,5)$$



Beispiel 3 (mit Brüchen!)

$$g: y = \frac{2}{3}x - 3 \quad (1)$$

$$h: y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3}x - 3 = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{2} \quad | \cdot 12$$

Der kleinste gemeinsame Nenner ist 12. Wenn man mit ihm die Gleichung multipliziert, fallen alle Brüche durch Kürzen weg:

$$\frac{2}{3} \cdot 12 x - 3 \cdot 12 = -\frac{3}{4} \cdot 12 x + \frac{5}{2} \cdot 12$$

$$8x - 36 = -9x + 30 \quad | +9x + 36$$

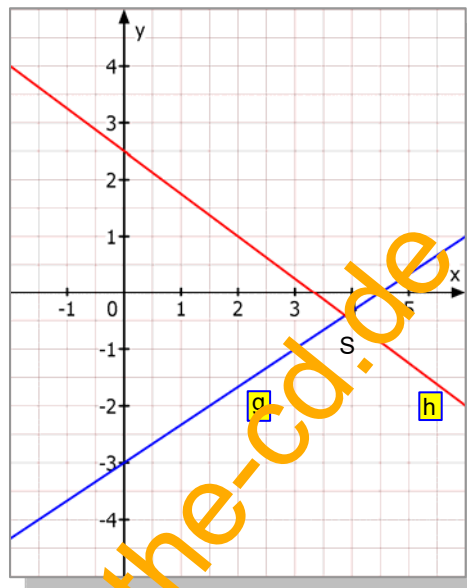
$$17x = 66 \quad | : 66$$

$$x_s = \frac{66}{17}$$

$$\text{In g: } y_s = \frac{2}{3} \cdot \frac{66}{17} - 3 = \frac{44}{17} - \frac{51}{17} = -\frac{7}{17}$$

$$\text{Ergebnis: } S\left(\frac{66}{17} \mid -\frac{7}{17}\right) \approx (3,9 \mid -0,4)$$

Das exakte Ergebnis sind die Brüche!

**Beispiel 4**

$$g: y = 2x - 4 \quad (1)$$

$$h: y = -\frac{1}{4}x + \frac{11}{4} \quad (2)$$

$$2x - 4 = -\frac{1}{4}x + \frac{11}{4} \quad | \cdot 12$$

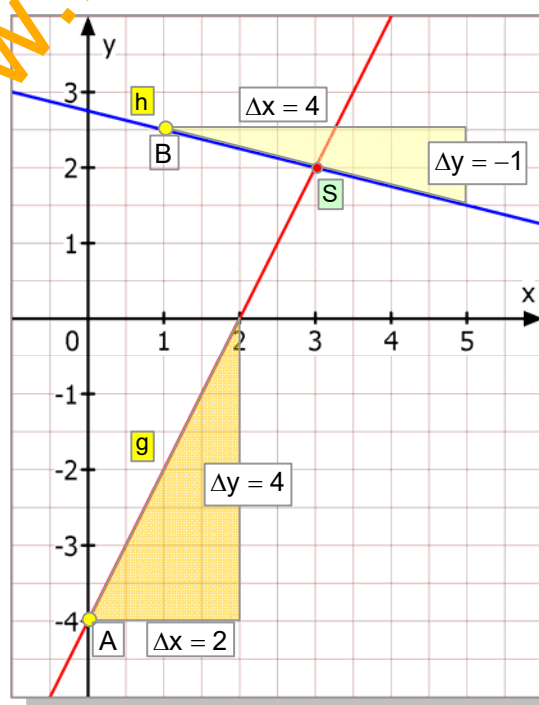
$$24x - 48 = -3x + 33$$

$$27x = 81 \quad | : 3$$

$$x_s = 3$$

$$\text{In g: } y_s = 2 \cdot 3 - 4 = 2$$

$$\text{Erg.: } S(3 \mid 2)$$

**Zeichnerische Lösung:**

Zuerst zeichnet man g. Man wählt für die Zeichnung den Startpunkt A(0 | -4) (y-Achsenabschnitt).

Bei h muss man sich einen Punkt berechnen, da der y-Achsenabschnitt $n = \frac{11}{4}$ nicht genau gezeichnet werden kann. Hier bietet sich an, $x_B = 1$ zu verwenden.

Es folgt $y_B = -\frac{1}{4} + \frac{11}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2,5$, also B(1 | 2,5).

Dann hängt man jeweils ein zu $m_g = 2$ bzw. $m_h = -\frac{1}{4}$ passendes Steigungsdreieck an den Startpunkt und erhält einen zweiten Punkt zum Zeichnen der Geraden.

Dann kann man den Schnittpunkt S(3 | 2) ablesen.

1.2 Das Subtraktionsverfahren

usw. auf CD

Demo-Text für www.mathe-cd.de